

Lógica matemática

Félix Redondo Quintela y Roberto C. Redondo Melchor

Universidad de Salamanca

10 de diciembre de 2025

Aplicar la lógica, deducir, es expresar de otras maneras contenidos de lo ya dicho, de lo que entendemos con ello. Así se crean las teorías¹. Y así se han creado y se crean las matemáticas. Son resultado de esa utilización del lenguaje, de ir diciendo contenidos de lo ya dicho. Se inician con los números naturales, que surgen de la sucesión *este, otro, otro,...*, o equivalentes, con que nos referimos a múltiples situaciones y hechos, como pasos que se dan, salidas del sol, nacimientos, personas en una habitación,...

Esa sucesión se fue expresando de diferentes maneras en cada tiempo y lugar. Hace más de 30 000 años con trazos como *///...* (*este, otro, otro, otro,...*) grabados en huesos de animales que han llegado a nosotros. Otra forma es */, //, ///, ///,...*, que asigna un símbolo (un conjunto de trazos) a cada *otro* de la sucesión. De ahí derivó una manera muy similar: *1, 1+1, 1+1+1, 1+1+1+1,...* A estos símbolos separados por comas, a *1, 1+1, 1+1+1, 1+1+1+1,...* los llamamos números naturales. Cada uno identifica su siguiente. El siguiente de *1* es *1+1*, el de *1+1* es *1+1+1,...*

Un decir de otras maneras, que condujo a la forma más conocida y eficaz que hoy utilizamos, es el llamado sistema de *numeración decimal*. Designa *1+1* por *2*; *1+1+1* por *3*; *1+1+1+1* por *4*;... y los números naturales resultan *1, 2, 3, 4,...*

Con esta forma podemos identificar de inmediato cualquier *otro* de la sucesión por muy alejado que esté del origen. Así, el anterior de *2* es *1* y *3* es su siguiente; *55* es el anterior de *56* y *57* es su siguiente. Esa es la esencia de los números naturales, que de cualquiera sabemos cuáles son su siguiente y su anterior². Es lo que se expresa con "*los números naturales son 1 y cada $n+1$ si n es número natural*", que es su definición. Diciendo de otras maneras sus contenidos se crea la teoría de los números naturales.

Además, el sistema de numeración decimal, facilita descubrir relaciones entre ellos y expresarlas por medio de *operaciones aritméticas*. Así, solo por designar *1, 1+1, 1+1+1, 1+1+1+1,...* con *1, 2, 3, 4,...*, cada miembro de los que siguen a *4* en

$$4 = 1 + 1 + 1 + 1 = 1 + 3 = 1 + 1 + 2 = 2 + 2 = 2 + 1 + 1 = \dots$$

¹ Ver el artículo *Teorías* en la sección *Comentarios sobre matemáticas y lógica* de <https://electricidad.usal.es>

² Los números naturales comienzan con *1*, por lo que *1* es el único número natural que no tiene anterior.

es también el número 4, ahora escrito como *sumas* de otros números.

Lo mismo ocurre con el resto de las operaciones. Son métodos que con el sistema de numeración decimal se han ido deduciendo para expresar relaciones entre números.

La lógica matemática

A decir o escribir de otras maneras contenidos de lo expresado con símbolos se llama *lógica formal*³. En el lenguaje matemático es donde más se utiliza la lógica formal. Se llama entonces *lógica matemática*. Pero se trata de la misma lógica con la que se construye cualquier teoría, que es ir diciendo contenidos de lo ya expresado, cualquiera que sea la forma de hacerlo.

Son las relaciones entre números, entre símbolos, lo que se transmite en la enseñanza de las matemáticas. Sin embargo en la de los números no suelen mostrarse esas relaciones como resultado de deducciones a partir de la definición de los números naturales, no se explican como una teoría (axiomas, definiciones y teoremas). Con frecuencia se da a entender que son relaciones que "están", que son necesariamente⁴. Algo así como que $2+2=4$ "ocurre" porque es evidente, porque no puede no ser, ni ser, de otra manera⁵.

En la historia, en la filosofía, en la literatura, abundan reflexiones y comentarios que conducen a interpretaciones de ese tipo, que las matemáticas son necesariamente. La forma de utilizar a veces la expresión *lógica matemática* puede contribuir a creerlo. Parece que se habla de una lógica específica, distinta de la de otras teorías. Y eso no ocurre. Como cualquier otra, cada teoría matemática es decir de otras maneras contenidos de lo dicho partiendo de los axiomas. Es solo expresar con símbolos lo que diferencia las teorías matemáticas, las teorías formales, de otras teorías⁶.

³ Cada símbolo no expresa sonidos, como sí lo hacen las escrituras silábicas y alfabéticas, sino *ideas*, relaciones, conceptos... Por eso se llaman también *ideogramas*.

⁴Ver el artículo 19 *Axioma, marca de calidad* en *Publicaciones - Otros artículos* de <https://electricidad.usal.es>

⁵ Ver el artículo 8 *Suma de números naturales y de cuando de dos y otros dos no resultan cuatro* en *Publicaciones - Otros artículos* de <https://electricidad.usal.es>

⁶ El significado que el diccionario de la lengua española da a *lógica matemática* y a *lógica formal* es "lógica que opera utilizando un lenguaje simbólico abstracto para representar la estructura básica de un sistema".

Epílogo

La teoría de los números naturales comienza dando el nombre *números naturales* a los símbolos separados por comas de la sucesión $1, 1+1, 1+1+1, \dots$. Dichos con el sistema de numeración decimal son $1, 2, 3, \dots$. Ese es todo el origen de su teoría.

Solo diciendo de otras maneras lo que se entiende con lo dicho se sigue creando. No hay otra causa que origine o justifique ninguna parte de esa teoría. Diciendo de otras maneras contenidos de lo dicho en las tres líneas del párrafo anterior surgen las infinitas relaciones que existen entre los números, la teoría de los números. Se trata de la misma lógica que la de cualquier otra teoría.

La teoría de los números naturales induce la de los números naturales con el cero, la de los enteros, la de los racionales, la de los decimales, la de los reales, ... Es así como se van creando todas las matemáticas. La lógica matemática no es distinta de la lógica de cualquier otra teoría.

Desde los inicios de la enseñanza conviene mostrar este sencillo proceder, que pone a las matemáticas al alcance de todos⁷.

⁷ En el libro *Teoría de los números. Aritmética pura para padres, estudiantes y matemáticos*, Amazon 2025, se deducen las teorías de los números naturales, enteros, racionales, decimales y reales. Se muestra cómo se crean todas las matemáticas, que son lenguaje, el lenguaje matemático, solo relaciones entre símbolos.