

Leyes de Kirchhoff y conservación de la carga eléctrica y de la energía

Félix Redondo Quintela, Roberto C. Redondo Melchor, Norberto Redondo Melchor
Universidad de Salamanca
5 de septiembre de 2019

En no pocas publicaciones, incluidos textos universitarios de ingeniería eléctrica, se dice que "las dos leyes de Kirchhoff son consecuencia del principio de conservación de la carga eléctrica la primera y del de conservación de la energía la segunda", o expresiones similares. Parece que se quisiera decir que cada uno de los dos principios es condición necesaria para que se cumpla la correspondiente ley de Kirchhoff. Sin embargo, mostraremos a continuación, que el principio de conservación de la carga eléctrica no es condición necesaria ni suficiente para que se cumpla la primera ley de Kirchhoff, y tampoco lo es el de conservación de la energía para que se cumpla la segunda.

Comenzamos con la segunda ley de Kirchhoff, la ley de las tensiones, porque lo que diremos sobre ella es de comprensión inmediata.

Segunda ley de Kirchhoff

El potencial eléctrico es un número real asignado a puntos, que pueden ser de redes eléctricas. La *diferencia de potencial* entre dos puntos A y B cuyos potenciales respectivos sean v_A y v_B es $v_A - v_B$. Se llama también *tensión* entre A y B . La segunda ley de Kirchhoff dice que *la suma de las diferencias de potencial entre pares de puntos que forman un camino cerrado es cero*¹. Por ejemplo, que la suma de las diferencias de potencial entre los pares de puntos A y B ; B y C ; C y D ; y D y A (Fig. 1), que forman un camino cerrado que parte de A y llega a A , es cero:

$$(v_A - v_B) + (v_B - v_C) + (v_C - v_D) + (v_D - v_A) = 0 \quad (1)$$

¹ En algunos enuncidados de la segunda ley de Kirchhoff para redes eléctricas se hacen intervenir también las fuerzas electromotrices del camino cerrado y las tensiones de las resistencias. Pero ambas magnitudes equivalen a diferencias de potencial entre puntos. Por tanto, el enunciado anterior es del todo general, incluye cualquier otro.



Fig. 1.- Puntos con valores asignados.

Pero, obsérvese que (1) es cero siempre, sin ningún requisito para los números v_A , v_B , ..., v_E . Se debe a que cada uno aparece en (1) dos veces, una con signo positivo y otra con signo negativo. Da igual, por tanto, de qué magnitud sean medida. Da igual que sean potenciales eléctricos o no, que la magnitud se conserve o no. Más aún, da igual que sean medida de alguna magnitud o no. Ocurre siempre. Es propiedad de cualquier conjunto de diferencias de valores, asignados a puntos o no, sea lo que sea lo que indiquen o sin indicar nada. Incluso esos valores pueden ser números complejos, funciones reales, funciones complejas, vectores...². Así ocurre en la figura 1. La suma de las diferencias de esos valores en el camino cerrado $ABCD$ es

$$[(-2i) - \text{sen } x] + [\text{sen } x - (x + i)] + [(x + i) - 3] + [3 - (-2i)] = 0$$

Como se ve, cada valor aparece dos veces, una con un signo y la otra con el opuesto. En cualquier otro camino cerrado, por ejemplo $EBCDE$ de la misma figura 1, la suma de las diferencias es

$$[(-5) - \text{sen } x] + [\text{sen } x - (x + i)] + [(x + i) - 3] + [3 - (-5)] = 0$$

No hace falta ningún requisito para esos valores. Si los v_k de (1) son las masas de vapor de calderas, la suma de las diferencias de esas masas es cero en todo instante, sin ningún principio de conservación del vapor. Si son cargas eléctricas en cada punto, sus diferencias también suman cero. Ahora con el principio de conservación de la carga eléctrica.

Primera ley de Kirchhoff

Las redes eléctricas constan de hilos conductores. Extremos de varios hilos pueden conectarse formando un nudo. Se llama así al volumen de conductor común a todos los hilos de la conexión que se considera (Fig. 2). La primera ley de Kirchhoff dice que *la suma de las intensidades que entran en cada nudo es igual a la suma de las intensidades que salen de él* o, lo que es lo mismo, que la cantidad de carga que cada

² Basta que sean elementos de cualquier grupo conmutativo para que sus diferencias cumplan la segunda ley de Kirchhoff. En Félix Redondo Quintela, Roberto C. Redondo Melchor. *Redes Eléctricas de Kirchhoff. Teoría de Circuitos. 3ª edición*. Salamanca 2018, se hace un estudio completo del tema. También en Félix Redondo Quintela, Roberto C. Redondo Melchor, M^a Margarita Redondo Melchor. *Teoría Aximática de las Redes de Kirchhoff. Una generalización Topológica de la Teoría de Circuitos*. iBooks Store, 2015. Libro electrónico.

unidad de tiempo entra en cada nudo es la misma que la que sale de él en ese tiempo. En la figura 2,

$$i_2 + i_3 + i_5 + i_6 = i_1 + i_4$$

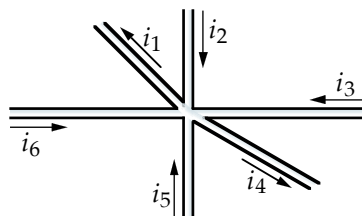


Fig. 2.- Nudo de una red.

Pero esa afirmación es cierta para las redes eléctricas solo en escasas ocasiones. No se cumple cuando aumenta el potencial de algún nudo de la red. Para que ese aumento del potencial se produzca, la carga del nudo debe aumentar³. Y para que aumente, debe entrar en él cada unidad de tiempo más carga que la que sale. Hasta que se eleva el potencial al valor de que se trate, la suma de las intensidades que entran en el nudo es mayor que la suma de las que salen. Cuando el potencial del nudo disminuye ocurre lo contrario, su carga disminuye, la suma de las intensidades que salen de él es mayor que la suma de las que entran. No se cumple la primera ley de Kirchhoff. Precisamente la ley de conservación de la carga eléctrica lo impide. Como en el nudo no se crea carga, si su potencial aumenta es porque entra más carga que la que sale. Si disminuye, sale más carga que la que entra⁴.

Pero lo mismo ocurre en cualquier volumen de hilo que no sea nudo. Para que su potencial aumente debe aumentar su carga. Y solo lo puede hacer si en ese volumen entra más carga que la que sale.

Así que, por ejemplo, en las redes de tensión sinusoidal, en las llamadas redes de corriente alterna, no se cumple la primera ley de Kirchhoff, pues el potencial de todos sus puntos está continuamente variando. Y para que el potencial de cada nudo o de cualquier volumen de conductor aumente o disminuya, la carga que entra en ese volumen cada unidad de tiempo no es igual que la que sale de él en el mismo tiempo.

³ Si aproximamos un nudo por una esfera conductora de radio R , su potencial es $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R} + K$, donde q es la carga eléctrica del nudo y K una constante que depende del origen de potenciales. (Ver Félix Redondo Quintela, Roberto C. Redondo Melchor. *Electrostática y Corriente Eléctrica para Ingenieros*. Salamanca 2019). Por tanto, la carga que ha de permanecer en el nudo mientras su potencial sea V es $q = 4\pi\epsilon_0 R V + K'$, donde $K' = -4\pi\epsilon_0 R K$. Por cada unidad que aumente el potencial del nudo la carga en él aumenta la cantidad $\frac{dq}{dV} = 4\pi\epsilon_0 R$.

⁴ No interprete el lector que si no se cumpliera la ley de conservación de la carga eléctrica se cumpliría siempre la primera ley de Kirchhoff. Para que eso ocurriera sería imprescindible otro requisito: que en cada volumen cuyo potencial aumentara o disminuyera se creara o destruyera exactamente la cantidad de carga necesaria para ese aumento o disminución.

Por tanto la primera ley de Kirchhoff solo se cumple en las redes en las que el potencial de cada nudo no varía, las que se llaman redes de corriente continua. Pero, incluso en ellas, cualquier variación del potencial origina el incumplimiento de la primera ley de Kirchhoff mientras esa variación dure⁵.

En una red de tuberías de gas ocurre algo parecido. A temperatura constante, si la presión en cada nudo no varía, la misma cantidad de gas que entra en el nudo cada unidad de tiempo sale de él, se cumple la primera ley de Kirchhoff para los fluidos: la suma de los caudales que entran al nudo es igual a la suma de los que salen de él. Pero si esa presión aumenta es porque entra en el nudo más gas que el que sale. Y si disminuye es porque sale más que el que entra. No se cumple entonces la primera ley de Kirchhoff.

Como los líquidos son casi incompresibles, aunque la presión aumente en los nudos de sus redes de tuberías llenas, no aumenta prácticamente la cantidad de líquido en ellos, el caudal que entra en cada nudo es igual al que sale, se cumple aproximadamente la primera ley de Kirchhoff. No obstante, si la presión decrece demasiado, pueden aparecer burbujas del aire disuelto o de vapor del propio líquido que lo hace compresible. El comportamiento de sus redes se puede alejar entonces del cumplimiento de la primera ley de Kirchhoff.

Se ve pues que la primera ley de Kirchhoff no es 'consecuencia' de ningún principio de conservación, sea lo que sea lo que se quiera decir con 'consecuencia'. Las corrientes de carga eléctrica, que sí se conserva, cumplen la primera ley de Kirchhoff unas veces y no otras. Las corrientes de los fluidos también la cumplen unas veces y no otras, aunque ni el agua ni el aire se conserven⁶.

Pero, a pesar de lo dicho, las redes de corriente alterna, las redes cuyas tensiones son sinusoidales de frecuencias de 50 o 60 Hz, se aproximan para su estudio por redes que cumplen la primera ley de Kirchhoff. Es una aproximación suficiente en prácticamente todos los casos que se presentan en ingeniería eléctrica. Aunque hay que tener siempre en cuenta las correcciones que convengan. Por ejemplo, una es que la carga eléctrica que entra en una placa de un condensador por un terminal permanece en ella hasta que sale por el mismo terminal. No se cumple la primera ley de Kirchhoff para el volumen de una sola placa de un condensador. Otra, que se puede relacionar con la anterior, que la intensidad del generador de tensión sinusoidal de una línea eléctrica de dos hilos sin ningún receptor conectado, o abierta, como se dice, no es cero. Se debe al continuo

⁵ Un estudio cuantitativo muy completo que utiliza la relación de la densidad de carga con la densidad de corriente se hace en Roberto C. Redondo Melchor, Norberto Redondo Melchor, Félix Redondo Quintela. *Teoría de la Corriente Eléctrica*. iBooks Store, 2015. Libro electrónico.

⁶ La carga eléctrica de cualquier volumen solo varía si entra carga en él o sale carga de él. Es lo que se llama *principio de conservación* de la carga eléctrica. Así mismo, el agua líquida de un volumen puede variar porque salga o entre agua en él; pero también por transformarse el agua líquida en vapor, por reaccionar químicamente con un elemento u otro compuesto para dar otro producto, por descomponerse en oxígeno e hidrógeno... Eso se expresa diciendo que el agua líquida no se conserva.

intercambio de carga entre los dos hilos, a través del generador, necesaria para que los potenciales de los volúmenes de cada hilo varíen.